

Největší společný dělitel a nejmenší společný násobek

1. Prvočísla a čísla složená

Prvočísla = čísla, která mají právě dva různé dělitele (číslo 1 a samo sebe)

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, ...

Čísla složená = čísla, která mají více než dva dělitele

4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, ...

Číslo 1 není prvočíslo ani číslo složené - má pouze jednoho dělitele (číslo 1).

Př. a) číslo 19 je dělitelné čísly 1, 19 - má právě 2 dělitele → **19 je prvočíslo**

b) číslo 20 je dělitelné čísly 1, 2, 4, 5, 10, 20 - má 6 dělitelů → **20 je číslo složené**

c) číslo 25 je dělitelné čísly 1, 5, 25 - má 3 dělitele → **25 je číslo složené**

d) číslo 23 je dělitelné čísly 1, 23 - má právě 2 dělitele → **23 je prvočíslo**

Pokud je číslo složené, stačí najít alespoň jednoho dalšího dělitele kromě 1 a sebe samo.

ÚKOL 1: a) Existuje nějaké sudé prvočíslo?

b) Kolik je prvočísel dělitelných třemi?

c) Urči, zda se jedná o prvočíslo nebo o číslo složené.

21, 23, 24, 29, 30, 34, 47, 55, 59

d) Vyškrtež číslo 1 a všechna čísla složená. Kolik je prvočísel do stovky?

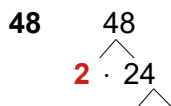
| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

2. Rozklad na součin prvočísel (= prvočíselný rozklad)

- každé **složené číslo** se dá rozložit na **součin prvočísel**

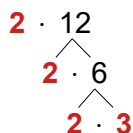
Postupy:

1. Vodopád

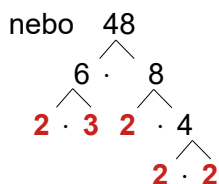


- rozkládáme do té doby, než jsou na „koncích větví“ jen prvočísla

- můžeš používat různé součiny čísel, výsledek vyjde vždy stejný



- prvočísla si můžeš postupně kroužkovat



- prvočísla seřadíme vzestupně

Výsledný zápis: $48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$

2. Postupně za sebe (vysvětlím na videokonferenci)

$$48 = 2 \cdot 24 = 2 \cdot \underline{6} \cdot 4 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = \underline{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3}$$

- nakonec seřadíme vzestupně

ÚKOL 2: Rozlož na součin prvočísel čísla 18, 24, 30, 42, 60, 315, 770, 1 050.

ÚKOL 3: Hádanka.

V prvočíselném rozkladu čísla je třikrát prvočíslu dvě, dvakrát tři, jednou pět a víc už nic. Které je to složené číslo?

VIDEOKONFERENCE úterý 2. 6. 2020

Prvočísla a čísla složená

Rozklad na součin prvočísel

3. Největší společný dělitel

- značení: velké písmeno **D**

Určíme největšího společného dělitele:

a) čísel 8 a 12.

- dělitelé čísla 8: **1, 2, 4, 8**
- dělitelé čísla 12: **1, 2, 3, 4, 6, 12**
- společní dělitelé: **1, 2, 4**
- největší společný dělitel: **$D(8, 12) = 4$**

b) čísel 4 a 15.

- dělitelé čísla 4: **1, 2, 4**
- dělitelé čísla 15: **1, 3, 5, 15**
- společní dělitelé: **1**
- největší společný dělitel: **$D(4, 15) = 1$**

Čísla soudělná - čísla, která mají více než jednoho společného dělitele.

Čísla nesoudělná - čísla, která mají pouze jednoho společného dělitele - číslo 1.

Př. a) čísla 3 a 5 - společný dělitel pouze číslo 1 → čísla 3 a 5 jsou **nesoudělná**

b) čísla 9 a 12 - společní dělitelé čísla 1, **3** → čísla 9 a 12 jsou **soudělná**

c) čísla 10 a 15 - společní dělitelé čísla 1, **5** → čísla 10 a 15 jsou **soudělná**

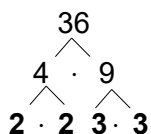
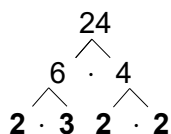
d) čísla 8 a 11 - společný dělitel pouze číslo 1 → čísla 8 a 11 jsou **nesoudělná**

Postup určení největšího společného dělitele (D)

- u velkých čísel budeme používat rozklad na součin prvočísel

1. U všech čísel provedeme rozklad na součin prvočísel.
2. Rozklady zapíšeme do řádků pod sebe - prvočísla seřadíme vzestupně.
3. Zakroužkujeme všechna společná prvočísla.
4. Určíme největší společný dělitel (**D**) tak, že vynásobíme společná prvočísla.

24 a 36



$$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$$

$$D(24, 36) = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$$

ÚKOL 4: Urči největšího společného dělitele čísel.

a) 30 a 72

b) 24 a 56

c) 16 a 25

d) 24, 30 a 18

SLOVNÍ ÚLOHY

1. Tajemství z pohádkové říše. Královna Leontýna rozdělila mezi své dcery rovným dílem 42 safírů a 45 rubínů. Kolik bylo dcer?
2. Aniččina hádanka. "Myslím si dvě různá přirozená čísla. Obě jsou větší než 50 a menší než 100. Jejich největší společný dělitel je 20. Už víš, která čísla to jsou?"
3. Na tábor bylo přivezeno 54 hrušek, 81 jablek a 135 švestek. Každé dítě dostalo stejně od každého druhu ovoce. Kolik bylo na táboře dětí? Kolik ovoce od každého druhu dostalo jedno dítě?
4. Orientačního závodu se zúčastnilo 26 dívek a 39 chlapců. Vytvořte co nejvíce stejných družstev tak, aby žádný závodník nezbyl. Kolik chlapců a kolik dívek je v družstvu?
5. Rozdělte obdélníkový papír s rozměry 220 mm a 308 mm na stejně veliké čtverce tak, aby byly co největší. Určete délku strany čtverce.

VIDEOKONFERENCE čtvrtek 4. 6. 2020

Největší společný dělitel

Domácí práce k zaslání zpět

- materiál si ulož na svém počítači, doplň své jméno, vypracuj zadané úkoly, ulož a jako přílohu odešli zpět na adresu zuzana.vankova@zstgmvimperk.cz

- termín odevzdání úkolu: **do čtvrtka 4. června 2020**

Jméno:

Třída: 6. B

Rozklad na součin prvočísel, největší společný dělitel

1. Rozlož na **součin prvočísel**. Do sešitu si to rozepiš, mně pošli jen výsledný součin, kde budou prvočísla řazena vzestupně ($24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$).

16 =

45 =

125 =

63 =

120 =

72 =

108 =

2. Urči **největšího společného dělitele**.

Použij cvičení 1. Napiš si do sešitu pod sebe oba rozklady, urči D.

Mně pošli součin a výsledek ($2 \cdot 2 \cdot 7 = 28$).

$D(63, 72) =$

$D(45, 120) =$

$D(72, 108) =$

4. Nejmenší společný násobek

- značení: malé písmeno n

Určíme nejmenší společný násobek čísel 8 a 12.

- násobky čísla 8: 8, 16, **24**, 32, 40, **48**, 56, ...

- násobky čísla 12: 12, **24**, 36, **48**, ...

- nejmenší společný násobek: $n(8, 12) = \underline{24}$

Postup určení nejmenšího společného násobku (n)

- u velkých čísel budeme používat rozklad na součin prvočísel

1. U všech čísel provedeme rozklad na součin prvočísel.
2. Rozklady zapíšeme do řádků pod sebe - prvočísla seřadíme vzestupně.
3. Zakroužkujeme všechna společná prvočísla (stejně jako když určujeme D).
4. Všechna čísla, která nám v rozkladu zbyla, opíšeme.
5. Vynásobíme a dostaneme nejmenší společný násobek.

$$\begin{array}{l} 24 \text{ a } 36 \quad 24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \quad - \text{ soudělná čísla} \\ \quad \quad \quad 36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \\ \quad \quad \quad n(24, 36) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 = \underline{72} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 9 \text{ a } 14 \quad 9 = 3 \cdot 3 \quad - \text{ nesoudělná čísla} \\ \quad \quad \quad 14 = 2 \cdot 7 \\ \quad \quad \quad n(9, 14) = 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 7 = \underline{126} \end{array}$$

Nejmenší společný násobek nesoudělných čísel je součin těchto čísel.

Složitější postup u tří čísel

$$\begin{array}{l} 12, 18 \text{ a } 9 \quad \quad \quad 3 - \text{ společná pro všechna čísla} \\ \quad \quad \quad 12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \quad \quad \quad 2 - \text{ společná pro dvojici čísel 12 a 18} \\ \quad \quad \quad 18 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \quad \quad \quad 3 - \text{ společná pro dvojici čísel 18 a 9} \\ \quad \quad \quad 9 = 3 \cdot 3 \quad \quad \quad 2 - \text{ zbyla (tu opíšeme)} \\ \quad \quad \quad n(12, 18, 9) = 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 = \underline{36} \end{array}$$

ÚKOL 5: Urči nejmenší společný násobek čísel.

- a) 16 a 20 b) 12 a 18 c) 40 a 15 d) 9, 6 a 15

SLOVNÍ ÚLOHY

1. Hádanka. Nejmenší společný násobek dvou čísel je 35, ale ani jedno z nich není 35. Která jsou to čísla?
2. Adam šel s mladší sestrou Janou na procházku. Adam dělá kroky dlouhé 70 cm, Jana 45 cm. Po kolika metrech se jejich kroky opět sejdou, vyšli-li stejnou nohou?
3. Urči nejmenší počet bonbónů, který se dá rozdělit na hromádky po sedmi nebo po osmi nebo po šesti bonbónech.
4. Třída je dlouhá 9 m, šířka je menší. Šířku třídy přejdeme stejnými kroky buď po 55 cm nebo po 70 cm. Jaká je šířka třídy?
5. Podél jedné strany silnice byly vysázeny stromy ve vzdálenosti 8 m, podél druhé strany silnice ve vzdálenosti 10 m. První stromy těchto dvou stromořadí stály proti sobě. Po kolika metrech stály stromy opět proti sobě?

5. Procvičování

1. Napište 5 čísel větších než 20, která jsou dělitelná:

- a) dvěma b) třemi c) pěti d) deseti e) šesti

2. Zpaměti určete, která z čísel 35, 54, 60, 72, 610, 834, 2 865 jsou dělitelná:

- a) dvěma b) třemi c) pěti d) deseti e) šesti

3. U čísel doplňte na místo * chybějící cifru tak, aby číslo bylo dělitelné třemi.

Najděte všechny možnosti.

- a) $4^* 6$ b) $* 88$ c) $1^* 86$

4. V řadě čísel zakroužkujte prvočísla.

2, 5, 8, 11, 12, 13, 16, 19, 20, 23, 27, 29, 34, 41, 48, 63, 75

5. Rozložte na součin prvočísel čísla:

- a) 40 b) 64 c) 125 d) 150 e) 108 f) 77

6. Zpaměti najděte největšího společného dělitele čísel.

- a) 4 a 6 b) 9 a 15 c) 3 a 7 d) 11 a 33 e) 8 a 12

7. Vypočítejte největšího společného dělitele.

- a) $D(66, 72)$ b) $D(52, 65)$ c) $D(18, 108)$ d) $D(60, 12)$ e) $D(180, 240)$

8. Určete zpaměti nejmenší společný násobek čísel.

- a) 2 a 3 b) 15 a 5 c) 7 a 10 d) 4 a 12 e) 6 a 30

9. Vypočítejte nejmenší společný násobek.

- a) $n(10, 25)$ b) $n(25, 30)$ c) $n(28, 42)$ d) $n(12, 13)$ e) $n(5, 20, 8)$